

**Разработка открытого внеклассного мероприятия
по алгебре**

**«Логарифмы – это прихоть математиков или
жизненная необходимость? »**

10 класс

Подготовила:
Антонова О.Я.
учитель математики.

Цель:

Обобщение и систематизация знаний по теме “ Логарифмическая функция”.

Задачи:**Образовательная**

Закрепить основные методы и навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

Развивающая

Совершенствовать вычислительные навыки учащихся. Развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;

Воспитательная

Воспитывать взаимное доверие и уважение и умения общаться

Тип: обобщение и систематизация знаний.

Оборудование: доска, компьютер, экран.

Ход занятия:**I. Вступление**

Дорогие дети, уважаемые гости. Задумывались ли вы, что ощущения, которые мы воспринимаем, отличаются друг от друга во много миллионов и даже миллиардов раз.

Например, раскаты молнии в сто тысячи раз громче, чем тихий шелест листвы, а яркость электрической лампочки в триллионы раз превосходит яркость какой-нибудь далекой звезды, едва видимой на ночном небе.

Организм человека обладает способностью обрабатывать огромную разницу в ощущениях.

Ученые доказали, что органы чувств как бы «логарифмируют» полученные им раздражения, т.е. величина ощущения пропорциональна десятичному логарифму величины раздражения.

Безграничны применения логарифмов в самых различных сферах деятельности человека: науки, техники, музыки и т.д. Это мы и попробуем доказать на уроке.

Эпиграф: Образование есть то, что остается, когда все выученное уже забыто. *М. Лауэ.*

Хотелось бы, чтобы сегодняшний урок запомнился как можно дольше.

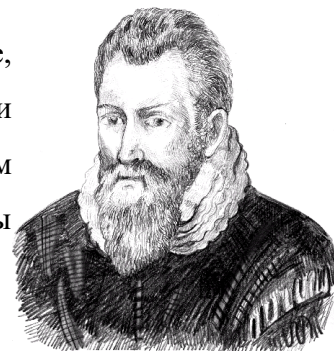
Приглашаю Вас принять участие в **проведении занятия**, на котором рассматривается вопрос «Логарифмы».

II. Выступления ребят.

А) историческая справка.

На протяжении 16 века быстро возрастало количество приближенных вычислений, прежде всего, в астрономии. Совершенствование инструментов, исследование планетных движений и другие работы потребовали колоссальных, иногда многолетних, расчетов. Астрономам грозила реальная опасность утонуть в невыполненных расчетах.

Логарифмы были изобретены шотландским математиком Джоном Непером (1550–1617) в 1614 г. Его «Канон о логарифмах» начинался так: «Осознав, что в математике нет ничего более скучного и утомительного, чем умножение, деление, извлечение квадратных и кубических корней, и что названные операции являются бесполезной тратой времени и неиссякаемым источником неуловимых ошибок, я решил найти простое и надежное средство, чтобы избавиться от них».



С точки зрения вычислительной практики, изобретение логарифмов по возможности можно смело поставить рядом с другими, более древним великим изобретением индусов – нашей десятичной системы нумерации.

Через десяток лет после появления логарифмов Непера английский ученый Гунтер изобрел очень популярный прежде счетный прибор – логарифмическую линейку. Она помогала астрономам и инженерам при вычислениях, она позволяла быстро получать ответ с достаточной точностью в три значащие цифры.

Таким образом, потребность в сложных расчётах быстро росла.

Теория логарифмов связана с именами целого ряда математиков: Генри Бригс, Эдмунд Уингейт, Уильям Отред, Н. Меркатор, Джон Спейдел, К. Бремикер, Ф. Клейн.

История логарифма.

Логарифмы были изобретены не позднее 1594 года независимо друг от друга шотландским бароном Непером (1550-1617) и через десять лет швейцарским механиком Бюрги (1552-1632). Оба хотели дать новое удобное средство арифметических вычислений, хотя подошли они к этой задаче по-разному. Непер кинематически выразил логарифмическую функцию и, тем самым, вступил в новую область теории функции. Бюрги остался на почве рассмотрения дискретных прогрессий. Впрочем, определение логарифма у обоих не похоже на современное.

Термин «логарифм» (logarithmus) принадлежит Неперу. Он возник из сочетания греческих слов: *logos* – «отношение» и *arithmo* – «число», которое означало «число отношений». Первоначально Непер пользовался другим термином: *numeri artificiales* – «искусственные числа», в противоположность *numeri naturalis* – «числам естественным».

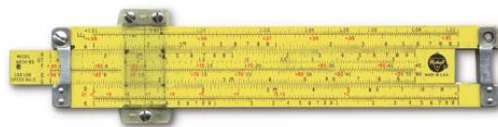
В ходе тригонометрических расчётов, Неперу пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной.

В 1614 году Непер опубликовал в Эдинбурге сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов», на латинском языке. Там было краткое описание логарифмов и их свойств, а также 8-значные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов, с шагом $1'$.

В 1615 году в беседе с профессором математики Грешем Колледжа в Лондоне Генри Бригсом (1561-1631) Непер предложил принять за логарифм единицы нуль, а за логарифм десяти – 100, или,

что сводится к тому же, просто 1. Так появились десятичные логарифмы и были напечатаны первые логарифмические таблицы.

В 1620-е годы Эдмунд Уингейт и Уильям Отред изобрели первую логарифмическую линейку, до появления карманных калькуляторов — незаменимый инструмент инженера.



Знаки $\log$ и Log были введены в 1624 году И. Кеплером.

Термин «натуральный логарифм» ввели Менголи в 1659 г. и вслед за ним Н. Меркатор в 1668 г., а издал таблицы натуральных логарифмов чисел от 1 до 1000 под названием «Новые логарифмы» лондонский учитель Джон Спейдел.

На русском языке первые логарифмические таблицы были изданы в 1703 году. Но во всех логарифмических таблицах были допущены ошибки при вычислении. Первые безошибочные таблицы вышли в 1857 году в Берлине в обработке немецкого математика К. Бремикера (1804-1877).

Дальнейшее развитие теории логарифмов связано с более широким применением аналитической геометрии и исчисления бесконечно малых. К тому времени относится установление связи между квадратурой равносторонней гиперболы и натуральным логарифмом.

С открытием логарифмического ряда изменилась техника вычисления логарифмов: они стали определяться с помощью бесконечных рядов.

В своих лекциях «Элементарная математика с высшей точки зрения», прочитанных в 1907-1908 годах, Ф. Клейн предложил использовать формулу в качестве исходного пункта построения теории логарифмов.

Таким образом, прошло 394 года с тех пор, как логарифмы впервые были введены (считая с 1614 г.), прежде чем математики пришли к определению понятия логарифма, которое положено теперь в основу школьного курса.

Логарифмы в природе.

В ходе исследования были обнаружены следующие факты:

Яркость звезд. Астрономы распределяют звезды по степеням видимой яркости на светила первой величины, второй величины, третьей и т.д. Последовательные звездные величины воспринимаются глазом, как члены арифметической прогрессии. Но физическая яркость их изменяется по иному закону: объективные яркости составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Легко понять, что «величина» звезды представляет собой не что иное, как логарифм ее физической яркости. Оценивая видимую яркость звезд, астроном оперирует с таблицей логарифмов, составленной по основанию 2,5 (по договоренности между астрономами всего мира в настоящее время принимается, что блеск звезды 1-й величины в 2,5 раза превосходит блеск звезды 2-ой величины).

Логарифмы и зрение. Физиолог Альфред Лукьянович Ярбус открыл следующий факт. Наша сетчатка окаймлена полоской, которая генерирует один и тот же цвет – «светло-серый». Он назвал ее полоской «нуль - цвета». Именно в сравнении с «нуль - цветом» постигается всякий цвет. Сравнение осуществляется на границе поля зрения с периферийной полоской нуль - цвета так, как будто выполняется соответствующее математическое действие над двумя числами. Первое из которых число – сигнал, который характеризует степень возбуждения фоторецепторов сетчатки, второе – сигнал рецепторов периферии. Количественное сравнение таких чисел – сигналов осуществляется с помощью вычитания их логарифмов. Светло – красный, светло – зеленый, и светло – синий цвета считаются основными красками положительной яркости. Каждому из них соответствует положительная разность логарифмов. Если эти три положительных яркости одинаковы - мы видим белый цвет. Тона отрицательной яркости - черно-сине-зеленый, черно-пурпурный, черно-оранжевый. Каждому из них соответствует отрицательная разность логарифмов. Равенство трех отрицательных разностей создает восприятие черного цвета. Все остальные цвета – это комбинации положительных и отрицательных логарифмов. Итак, два математических действия логарифмирование и вычитание вписались в модель физиологического восприятия человеческим глазом цветов радуги.

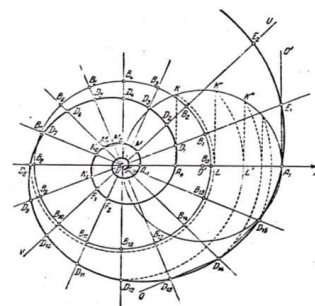
Например, на сетчатку проецировался синий цвет, однако на периферию сетчатки он не попадает, так как там всегда «нуль-цвет». Синий цвет сравнивается с «нуль - цветом» и мгновенно вырабатываются сведения о разности логарифмов чисел – сигналов, и наш мозг выполняет команду выработать синий цвет.

Барометрическая формула. Давление воздуха убывает с высотой (при постоянной

температуре) по закону $p = p_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}$, где p_0 – давление на уровне моря ($h = 0$), p – давление на высоте h , H – некоторая константа, зависящая от температуры.

Для температуры 200С $H \approx 7,7$ м.

Логарифмическая спираль. В математике существует понятие логарифмической спирали. Спираль – это плоская кривая линия многократно обходящая одну из точек на плоскости, эта точка называется полюсом спирали. Полюсом логарифмической спирали является начало координат. Спираль называется логарифмической, потому что уравнение, описывающее эту спираль, содержит логарифмы. Эта спираль имеет бесконечное множество витков, она не проходит через свой полюс. Логарифмическую спираль называют равноудаленной спиралью, это связано с тем, что в любой точке логарифмической спирали угол между касательной к ней и радиус



вектором сохраняет постоянное значение.



Раковина улитки. Немецкий биолог Румблер в 1910 году выдвинул теорию постоянного краевого угла при построении раковин улиток. Он исходил из того, что материал, из которого строятся раковины, вначале должен быть жидким, и в жидком состоянии попадает на край уже существующей части раковины где, естественно, всегда образуется постоянный краевой угол. Под этим

углом жидкость затвердевает, и снова начинается та же игра. Раковина улитки представляет собой логарифмическую спираль.

Полет бабочки. Ночные бабочки, которые пролетают большие расстояния, ориентируясь по параллельным лунным лучам, инстинктивно сохраняют постоянный угол между направлением полета и лучом света.

Если они ориентируются на пламя свечи, то инстинкт их подводит, и бабочки попадают в пламя по скручивающейся логарифмической спирали.



Звездные галактики. 1845 г. английский астроном лорд Росс (Уильям Парсонс) с помощью телескопа со 180-сантиметровым металлическим зеркалом обнаружил целый класс туманностей в виде логарифмической спирали, самым ярким примером которых явилась туманность в созвездии



Гончих Псов. Природа этих туманностей была установлена лишь в первой половине XX столетия. Спиральные туманности - это огромные звездные системы, сравнимые с нашей Галактикой. С тех пор их и стали называть галактиками. Немало усилий пришлось приложить астрономам, чтобы описать свойства спиральных галактик с помощью логарифмов. В спиральных ветвях наблюдается повышение плотности, как звезд, так и межзвездного вещества -

пыли и газа. Повышенная плотность газа ускоряет образование и последующее сжатие газовых облаков и тем самым стимулирует рождение новых звезд. Поэтому спиральные ветви являются местом интенсивного звездообразования.

Применение логарифмов в различных сферах жизнедеятельности человека

Логарифмы- это математическое понятие, которое применяется во всех отраслях науки: химии, биологии, физике, механике, информатике, электротехнике, географии и многих других. Но самое широкое применение логарифмов нашли в экономике.

Статистика постоянно использует понятие среднего.

Средняя численность населения, средний уровень инфляции, средняя заработная плата и т.д.

Для нахождения средних величин существует коэффициент усреднения он равен $\ln=2$.

При социологических опросах население разбивают на группы по различным признакам: возрастным, социальным и другим. Например : пенсионеры, работающие население, студенты или от 20-35 лет, от 35-55 лет, от 55 и выше.

Оптимальное число групп с равными интервалами можно вычислить по формуле Стерджесса.

$n = 1 + 3.322 \cdot \lg N$; где n – число групп, N - общее число единиц совокупности.

Радиоактивный распад. Изменение массы радиоактивного вещества происходит по формуле

$m = m_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$, где m_0 – где масса вещества в начальный период времени $t=0$, m – масса вещества в момент времени t ,

$$\tau = \frac{T}{\ln 2}.$$

T - период полураспада.

Это означает, что через время T после начального момента времени, масса радиоактивного вещества уменьшается вдвое.

Народонаселение. Изменение количества людей в стране на небольшом отрезке времени с хорошей точностью описывается формулой $N = N_0 \cdot e^{\lambda t}$, где N_0 – число людей при $t=0$, N – число людей в момент t , λ – некоторая константа.

Формула Циолковского. Эта формула, связывающая скорость ракеты V с ее массой m : $V = V_r \cdot \ln \frac{m_0}{m}$, где V_r – скорость вылетающих газов, m_0 – стартовая масса ракеты.

Скорость истечения газа при сгорании топлива V_r невелика (в настоящее время она меньше или равна 2 км/с). Логарифм растет очень медленно, и для того чтобы достичь космической скорости, необходимо сделать большим отношение $\frac{m_0}{m}$, т.е. почти всю стартовую массу отдать

под топливо.

Звукоизоляция стен. Коэффициент звукоизоляции стен измеряется по формуле $D = A \cdot Lg \frac{p_0}{p}$, где p_0 – давление звука до поглощения, p – давление звука, прошедшего через стену, A – некоторая константа, которая в расчетах принимается равной 20 децибелам.

Если коэффициент звукоизоляции D равен, например 20 децибел, то это означает, что

$Lg \frac{p_0}{p} = 1$ и $p_0 = 10p$, т.е. стена снижает давление звука в 10 раз. Такую изоляцию имеет

деревянная дверь.



Логарифмы в музыке. Играя по клавишам современного рояля, музыкант играет, собственно говоря, на логарифмах. И действительно так называемые «ступени» темперированной хроматической гаммы не расставлены на равных расстояниях ни по отношению к числам колебаний, ни по отношению к длинам волн соответствующих звуков, а представляют собой логарифмы этих величин. Основание этих логарифмов равно 2.

Номера клавишей рояля представляют собой логарифмы чисел – колебаний соответствующих звуков (умноженные на 12).

Мы даже можем сказать, что номер октавы представляет собой целую часть (характеристику) логарифма числа колебаний этого тона, а номер звука в данной октаве, деленный на 12 – дробную часть (мантиссу) этого логарифма.



«Музыка может возвышать или умиротворять душу, живопись – радовать глаз, Поэзия - пробуждать чувства, Философия – удовлетворять потребности разума, Инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей, а математика способна достичь всех этих целей».

Морис Клайн.

III. А теперь немного комедии.

«Комедия» начинается с неравенства

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8},$$

бесспорно правильного. Затем следует преобразование

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

тоже не внушающее сомнения. Большему числу соответствует больший логарифм, значит,

$$\lg \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg \left(\frac{1}{2}\right)^3. \quad 2 \lg \left(\frac{1}{2}\right) > 3 \lg \left(\frac{1}{2}\right).$$

После сокращения на $\lg 1/2$ имеем $2 > 3$.

В чем ошибка доказательства?

Решение.

Ошибка была допущена при сокращении на $\lg 1/2$; так как $\lg 1/2 < 0$, то при сокращении на $\lg 1/2$ необходимо было изменить знак неравенства, т.е.

$2 < 3$. Если бы логарифмировали не по основанию 10, а по другому положительному меньшему, чем 1, то

$$\log_a \frac{1}{2} > 0,$$

и тогда мы не имели бы права утверждать, что большему числу соответствует больший логарифм.

Мы постарались проследить, как в ходе истории возникала необходимость введения и изучения логарифмов, усиливалась их значимость.

IV. Решение заданий ЕГЭ.

Мы выбрали задачи из ЕГЭ, где рассматриваются логарифмы. Показать, что знания о логарифмах необходимы и на ЕГЭ по математике.

Только зная все свойства логарифма, можно научиться решать примеры. Давайте еще раз вспомним свойства логарифмов.

Вывод: логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.



Найдите значение выражения

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25 = \log_5 7 \cdot \log_7 5^2 = 2 \log_5 7 \cdot \log_7 5 = ?$$

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8} = \frac{\log_9 8}{\log_{9^2} 8} = \frac{\log_9 8}{\frac{1}{2} \log_9 8} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}} = 6^{\log_{12} 432} : 6^{\log_{12} 3} = 6^{\log_{12} 432 - \log_{12} 3} = 6^{\log_{12} (432:3)} \\ = 6^{\log_{12} 144} = 6^{\log_{12} 12^2} = 6^{2 \log_{12} 12} = 6^2$$





Найдите значение выражения

$$\begin{aligned}(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= \\&= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) \\&= \log_2 (2:12) \log_6 (6:12) = \log_2 \frac{1}{6} \log_6 \frac{1}{2} \\&= \log_2 6^{-1} \log_6 2^{-1} = -1 \cdot (-1) \log_2 6 \cdot \log_6 2 = ?\end{aligned}$$



Найдите значение выражения

$$\begin{aligned}\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5} &= \frac{\log_6 (36 \cdot 5)}{2 + \log_6 5} = \frac{\log_6 36 + \log_6 5}{2 + \log_6 5} \\&= \frac{2 + \log_6 5}{2 + \log_6 5} = 1\end{aligned}$$



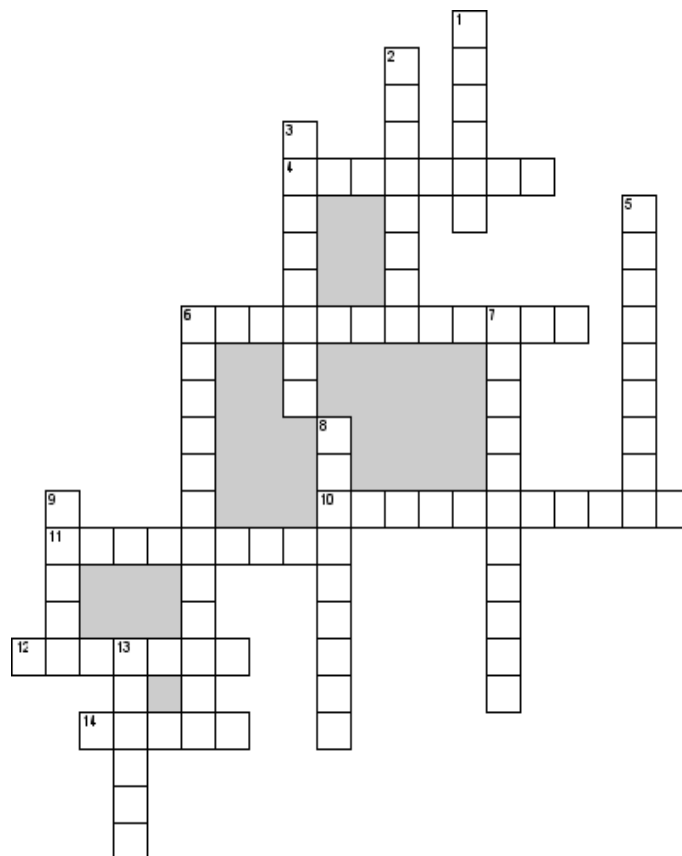
$$\begin{aligned}\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \log_7 \frac{1}{5} = \log_7 5 + \log_7 5^{-1} \\&= \log_7 5 - \log_7 5 = 0\end{aligned}$$



Решение задания №15 из открытого банка ЕГЭ.

Вывод: логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.

V. Кроссворд по математике - на тему "Логарифмы"



По горизонтали: 4. Исчезающая разновидность учащегося

6. Сумма логарифмов с одинаковым основанием равна ... логарифмов(одно из свойств логарифма)

10. Это логарифм по основанию e , где e — иррациональная константа, равная приблизительно 2,718281828

11. Из определения логарифма следует основное логарифмическое

12. 2 вид формулы логарифмы

14. Создатель логарифмов

По вертикали 1. 3 вид формулы логарифма

2. Основание: Они применяются, например, в теории информации, информатике, во многих разделах дискретной математики

3. Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получить b

5. Логарифм по основанию 10

6. Вид формулы логарифмы

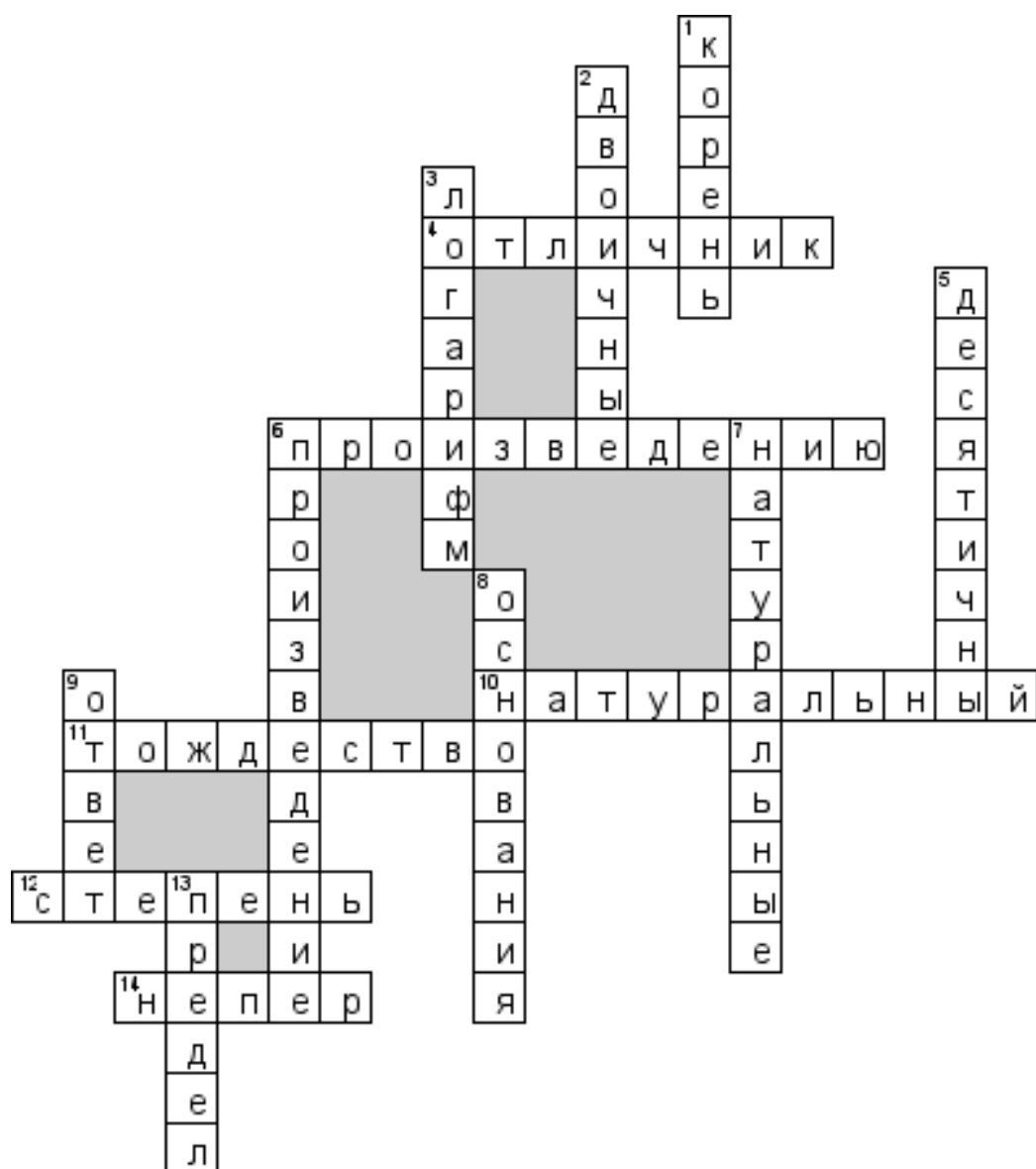
7. Основание: число Эйлера

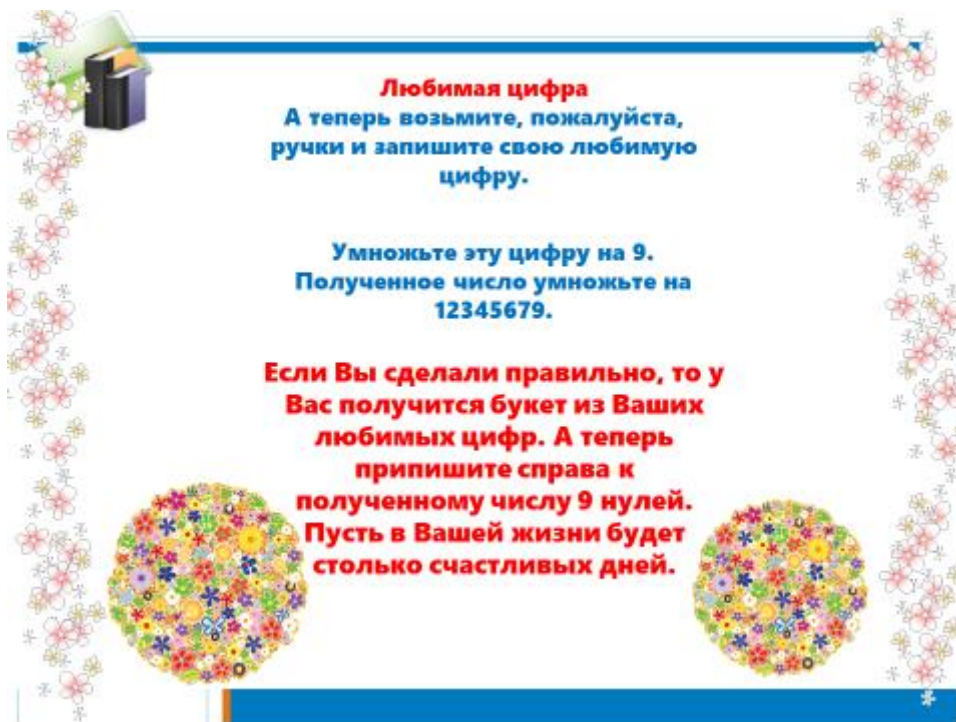
8. Логарифм по основанию можно преобразовать в логарифм по другому основанию

9. Необходим в конце каждого уравнения

13. Одно из основных понятий математического анализа логарифмы

Ответы:

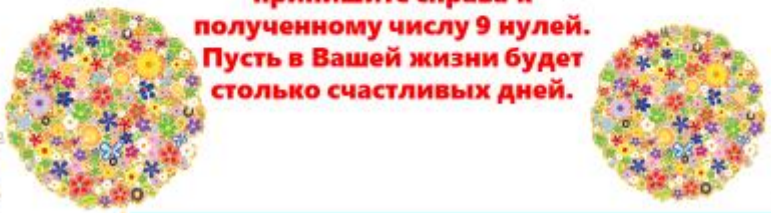




Любимая цифра
А теперь возьмите, пожалуйста,
ручки и запишите свою любимую
цифру.

Умножьте эту цифру на 9.
Полученное число умножьте на
12345679.

Если Вы сделали правильно, то у
Вас получится букет из Ваших
любимых цифр. А теперь
припишите справа к
полученному числу 9 нулей.
Пусть в Вашей жизни будет
столько счастливых дней.



Заключительное слово учителя: На этом уроке мы изучили свойства логарифмов, закрепили применение свойств. Я хочу закончить наш урок словами Лари Нивена, американского писателя-фантаста: “Математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед!”. Дерзайте, ставьте перед собой цели и добивайтесь их, не бойтесь ошибаться, но вовремя исправляйте ошибки, будьте успешными и компетентными в своём деле!



• **В любом гениальном
открытии 99% труда и 1%
таланта**



Спасибо за урок!